

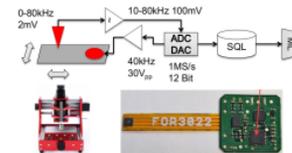
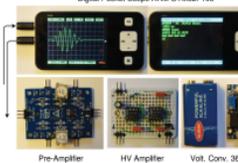
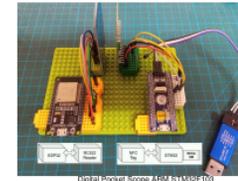
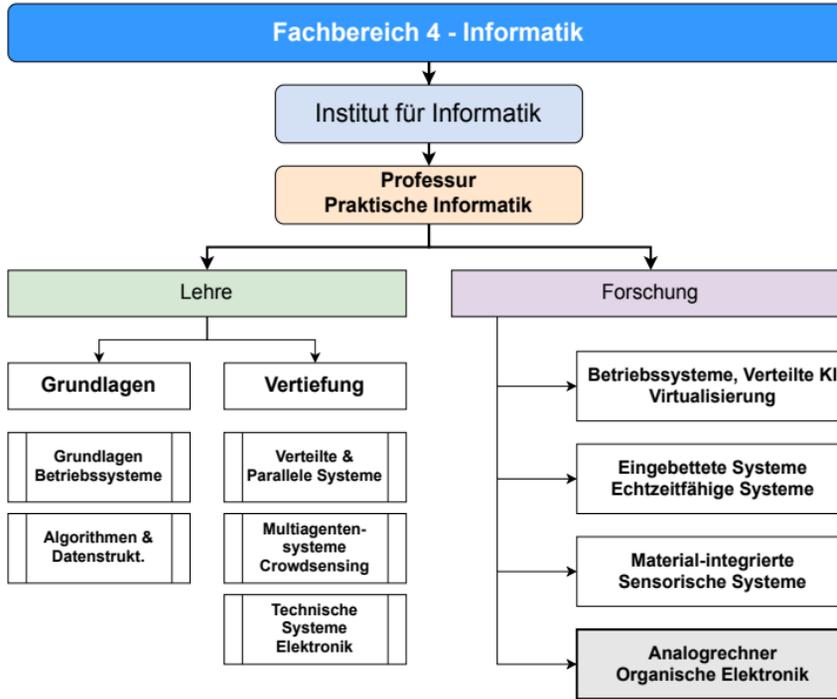
Analoges Rechnen und Analogrechner auf kleinsten Raum

*Informatik einmal anders:
es muss nicht immer digital sein!*

Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Bosse

Universität Koblenz
FB Informatik
FG Praktische Informatik

Praktische Informatik



Einführung: Worum geht es?

Es geht um maschinelles Rechnen. Aber:



Kann man Berechnungen nur mit digitalen Rechnern durchführen?

Worum geht es?

Es geht um maschinelles Rechnen. Aber:



Kann man Berechnungen nicht auch mit analogen Maschinen durchführen? Warum? Wieso? Wie? Was sind analoge Rechenmaschinen? Kann man die digitale Informatik abschaffen?

Worum geht es?

Es geht um maschinelles Rechnen.



Wir beschäftigen uns mit dem automatisierten Entwurf von analogen Elektronikschaltungen für numerische Berechnungen und den Algorithmen dafür.

Worum geht es?

Es geht um maschinelles Rechnen.

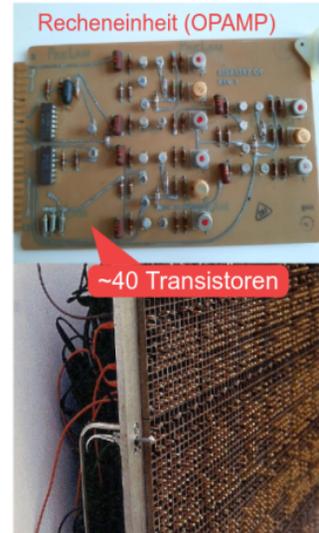
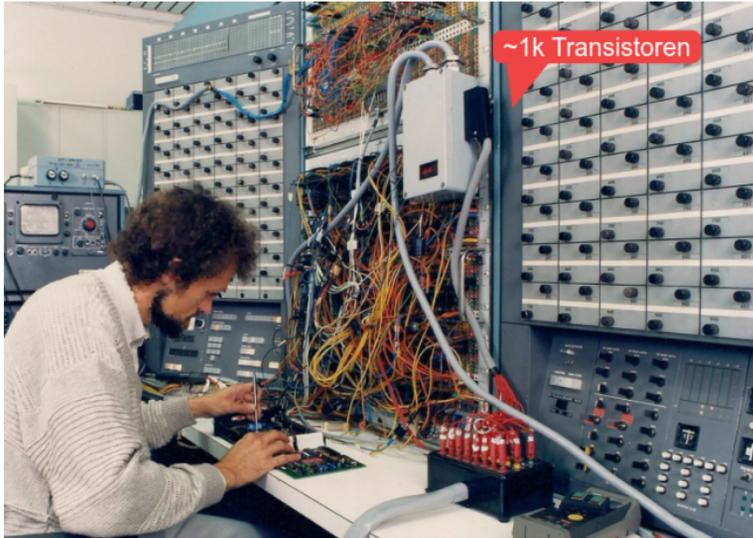


Wir beschäftigen uns mit dem automatisierten Entwurf von analogen Elektronikschaltungen für numerische Berechnungen und den Algorithmen dafür.



Dabei sollen Analogrechner in Sensornetzwerken alleinstehend oder als Ergänzung (Koprozessor) eingesetzt werden. Die Miniaturisierung und Integration steht im Vordergrund.

Worum geht es?



Ein Analogrechner aus den 70er/80er Jahren zum Lösen von numerischen Problemen

Konzept: Weiter:denken



Weiter:denken \Rightarrow "Keep Thinking" \Rightarrow in Raum und Zeit - und warum nicht auch in die Vergangenheit?

Die Zeit vergeht ... und der Rost kommt.



Ein Analogrechner aus den 70er/80er Jahren zum Lösen von numerischen Problemen - einige Jahre später...

Analog versa Digital

Analog

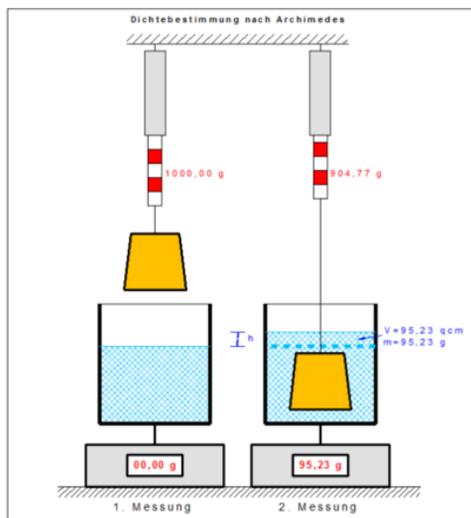
- Werte von Variablen sind kontinuierlich $\in \mathbb{R}$
- Signale (z.B. von Sensoren) sind wert- und zeitkontinuierlich
- "Auflösung" und Dynamikbereich der Werte nur durch physikalisches Rauschen begrenzt
- Abhängigkeit von Umweltbedingungen

Digital

- Werte von Variablen sind diskret $\in \mathbb{I} / \mathbb{F}$
- Signale (z.B. von Sensoren) sind wert- und zeitdiskret
- "Auflösung" und Dynamikbereich durch Anzahl von Bits und Kodierung bestimmt
- Keine Abhängigkeit von Umweltbedingungen

Analog versa Digital

Analog



Digital

Multiplikation dezimal

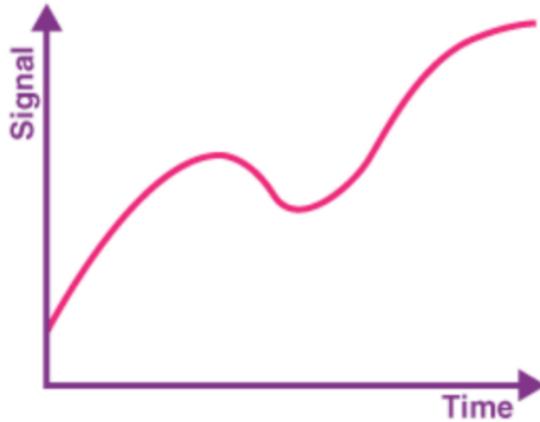
$$\begin{array}{r} 12 * 14 \\ \hline 48 \\ 120 \\ \hline 168 \end{array}$$

Multiplikation dual

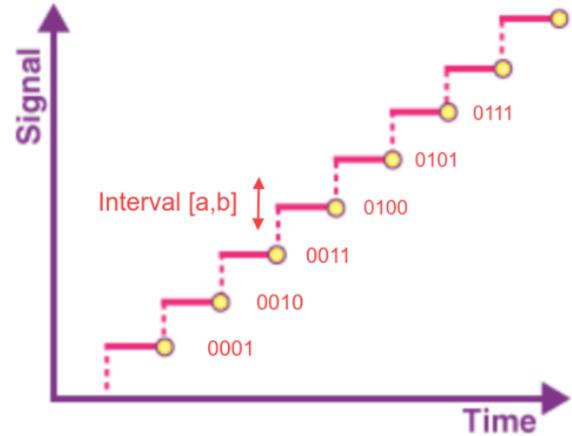
$$\begin{array}{r} 1100 * 1110 \\ \hline 1100 \\ 1100 \\ 1100 \\ 0000 \\ \hline 10101000 \end{array}$$

Analog versa Digital

Analog



Digital



Analog versa Digital

Kriterien und Eigenschaften

Präzision

Ein Messgerät gilt als präzise, wenn es Messwerte erzeugt, die möglichst eng um den Mittelwert der aufgenommenen Messreihe streuen.

Richtigkeit

Die Richtigkeit beschreibt die Differenz des Mittelwerts der Messwerte vom tatsächlichen, wahren Wert.

Genauigkeit

Ein Messgerät gilt als genau, wenn es Messwerte liefern kann, die möglichst eng und nahe am Referenz- beziehungsweise wahren Wert liegen, also präzise und richtig sind.

Analog versa Digital



Analoge Messtechnik und Analoge Signalverarbeitung gelten als unpräzise und ungenau.

Analog versa Digital



Analoge Messtechnik und Analoge Signalverarbeitung gelten als unpräzise und ungenau.

Digitale Messtechnik und digitale Datenverarbeitung gelten als präzise.

Analog versa Digital

Analoge Messtechnik und Analoge Signalverarbeitung gelten als unpräzise und ungenau.

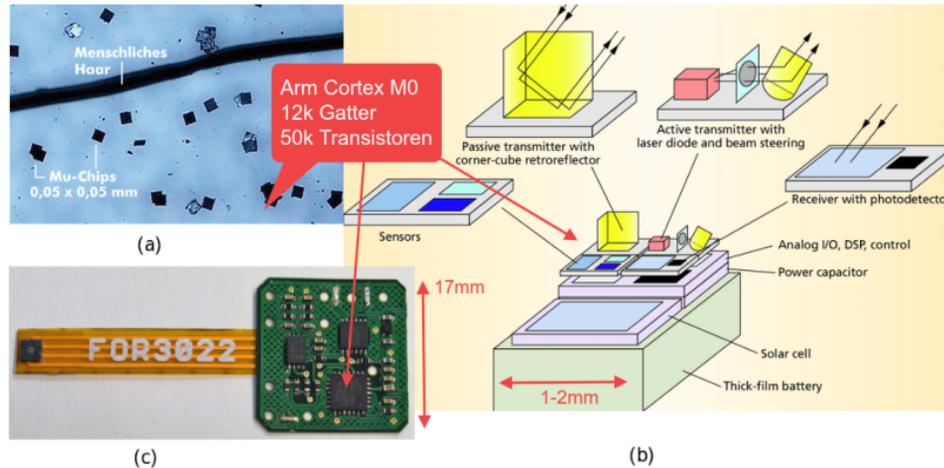


Digitale Messtechnik und digitale Datenverarbeitung gelten als präzise.

Aber Richtigkeit und Genauigkeit in der digitalen Welt sind auch nur eine Illusion.

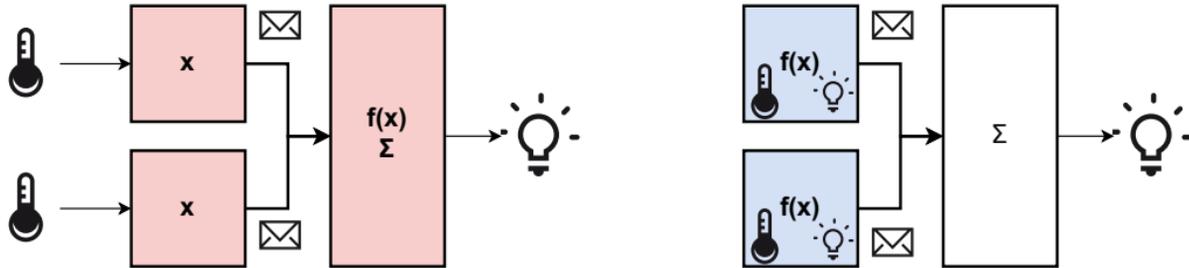
Rechnen auf kleinsten Raum ...

Keine Schaltschränke, sondern Staubkörner



(a) "Smart Dust" 50µm Mikrochip von Hitachi mit ARM Cortex Prozessor und RFID (b) "Smart Sensor Mote" von Warneke et al. (c) DFG Forschungsgruppe 3022, Drahtloser Sensorknoten, IMSAS Bremen

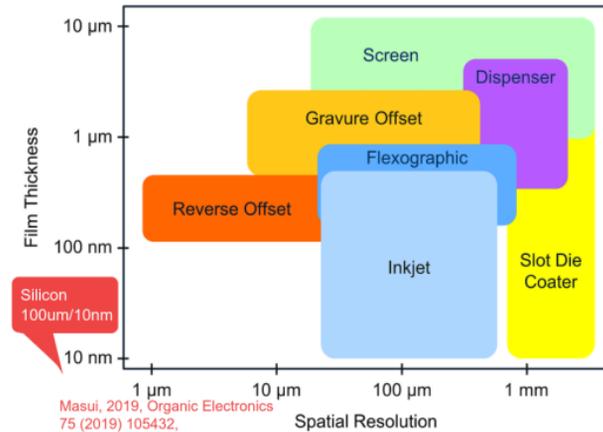
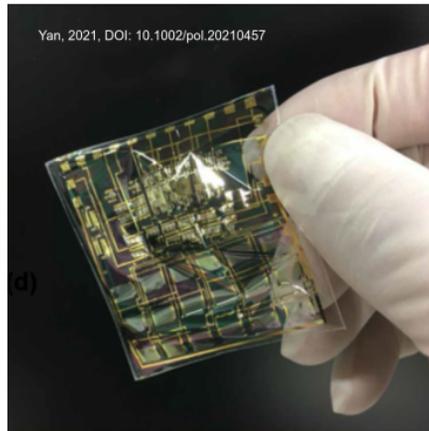
In-Sensor Berechnung



(Links) Getrennte Sensoraufnahme, Vorverarbeitung, Kommunikation und zentrale Berechnung (Rechts) Berechnung im Sensor, Aggregation nur von reduzierten Informationen

Organische Elektronik

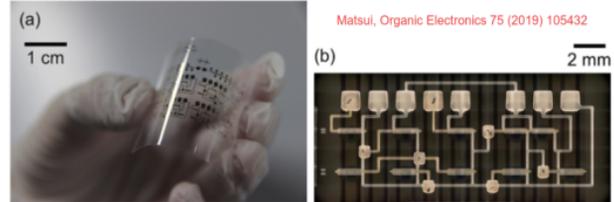
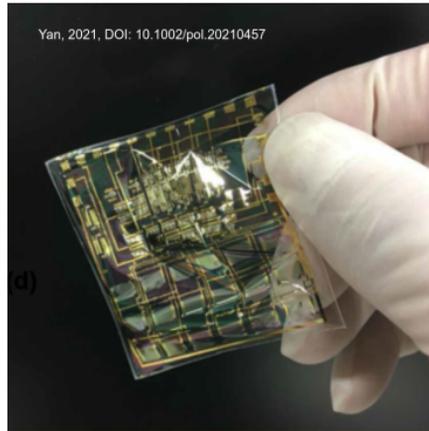
Flexible und gedruckte organische Transistoren: Von Materialien zu integrierten Schaltungen



*Verschiedene Fertigungsverfahren
und Größe von Transistoren*

Organische Elektronik

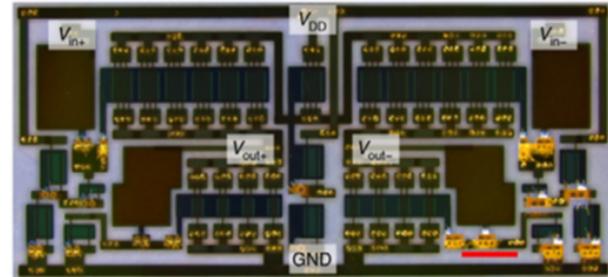
Flexible und gedruckte organische Transistoren: Von Materialien zu integrierten Schaltungen



Transistorgröße auf Folie

Yan, 2021, DOI: 10.1002/pol.20210457

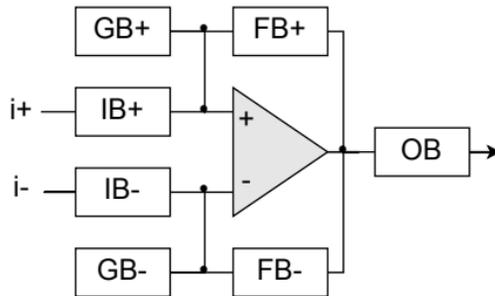
2mm \longleftrightarrow



Komplexe Schaltung (OPAMP)

Die Elementarzelle: Der Operationsverstärker

Funktionsblock

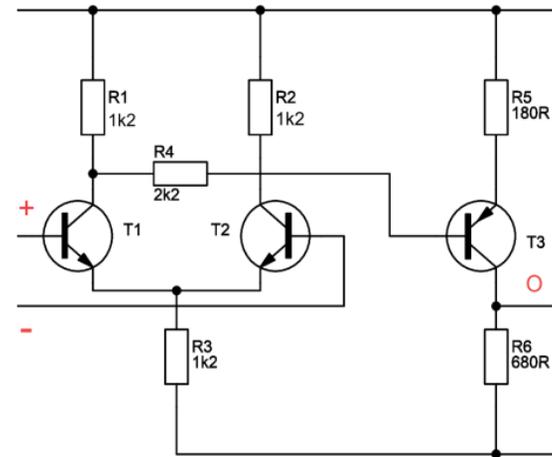


IB: Input Block OB: Output Block
FB: Feedback Block GB: Ground Block

Spannungsgesteuerte Spannungsquelle

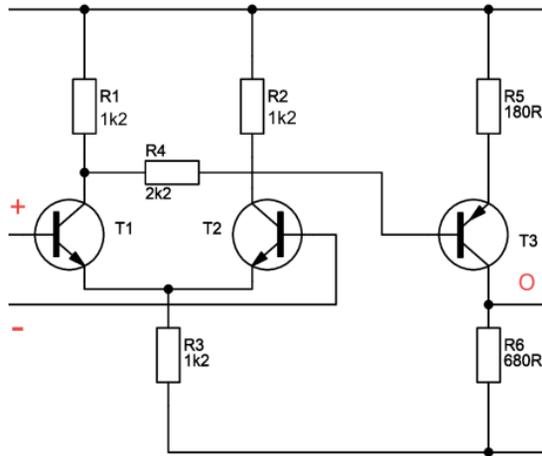
Stromgesteuerte Spannungsquelle

E-Schaltung

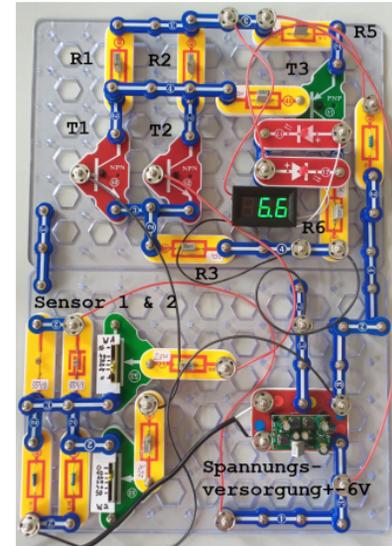


Die Elementarzelle: Der Operationsverstärker

E-Schaltung



Demo zum Begreifen



Die Elementarzelle: Der Operationsverstärker

Mathematisches Modell

$$V_o^{\text{ideal}} = V_d A_0, A_0 \rightarrow \infty$$

$$V_o^1 = V_d A, A \ll A_0$$

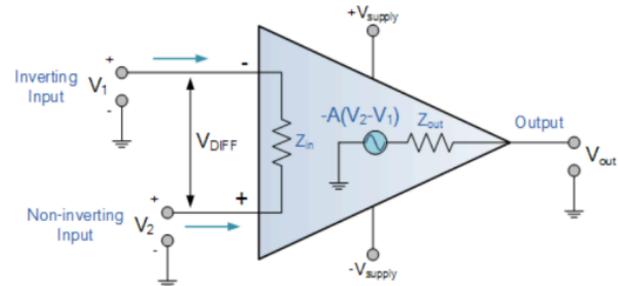
$$V_o^a = V_{\text{off}} + V_o^1$$

$$V_o^b = \begin{cases} V_{\text{sat}1} & , \quad V_o^a \leq V_{\text{sat}1} \\ V_o^a & , \quad V_{\text{sat}1} < V_o^a < V_{\text{sat}2} \\ V_{\text{sat}2} & , \quad V_o^a \geq V_{\text{sat}2} \end{cases}$$

$$V_o = g(V_o^b, T, V_{+\text{supply}}, V_{-\text{supply}}, \dots)$$

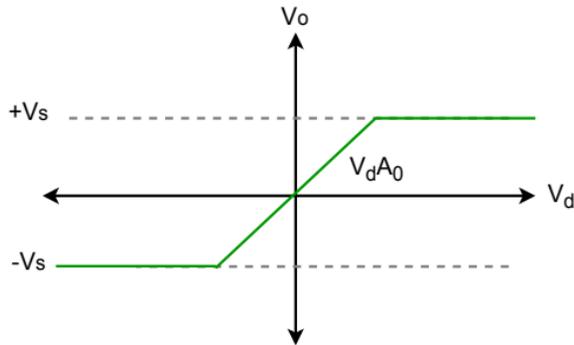
$$V_d = V_2 - V_1, I_d = I_2 - I_1$$

Ersatzschaltbild

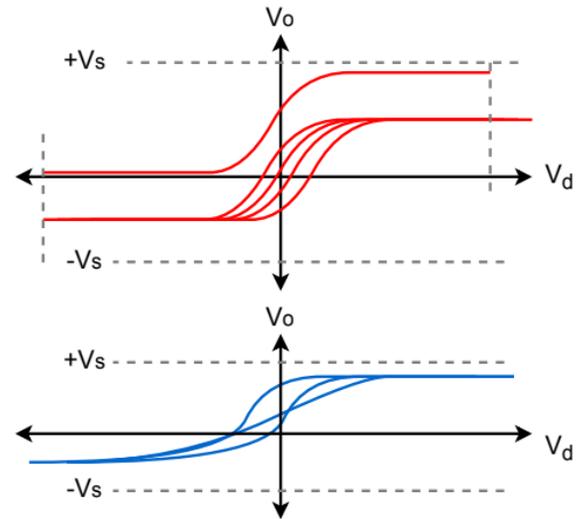


Die Elementarzelle: Der Operationsverstärker

"Ideale" Transferfunktion

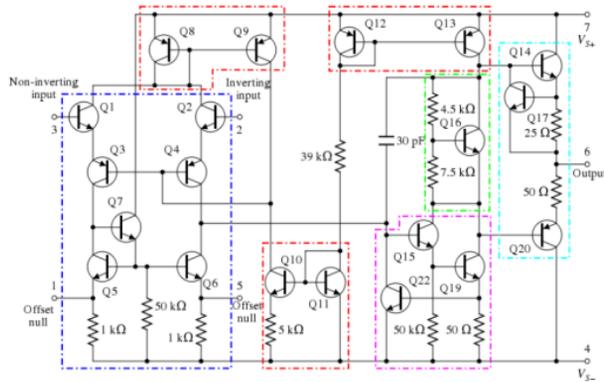


Reale Transferfunktion

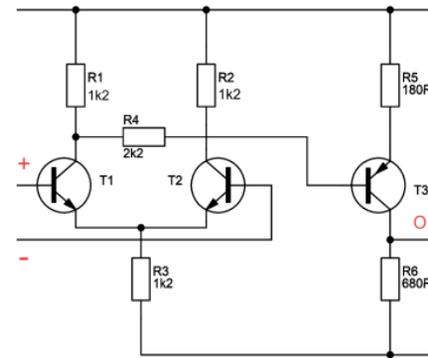


Die Elementarzelle: Der Operationsverstärker

Fast Ideal



Nicht Ideal

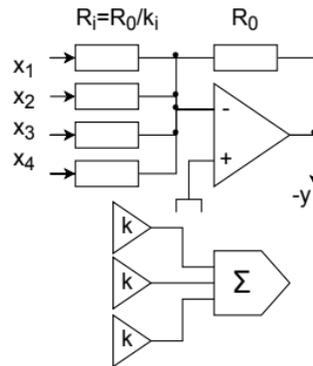


Berechnung: Summe und Produkt

Mathematisch

$$y = \sum_{i=1}^n k_i x_i$$

Analog



Digital

```
y=0
for i=1,n do
  y=y+k[i]*x[i]
end
```

Berechnung: Integration

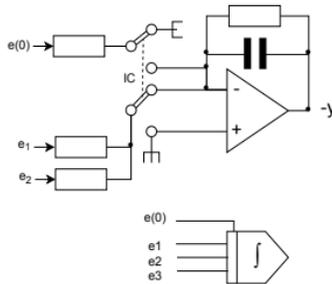
Mathematisch

$$y = c_0 + \int_a^b f(x) dx$$

$$y \approx e_0 + \Delta x \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

$$y \approx e_0 + \Delta \sum_{i=1}^n x_i$$

Analog



Digital

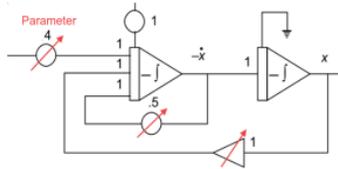
```
y=e0; dx=(b-a)/n
for i=1,n do
  xi=a+i*dx
  y=y+(dx*f(xi))
end
```

Berechnung: Lösen einer Differentialgleichung

Mathematisch

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.5\frac{dx}{dt} + x = 4$$
$$\ddot{x} + 0.5\dot{x} + x - 4 = 0$$
$$x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1$$

Analog



Digital

DGL höherer Ordnung müssen in GDGL (ODE) transformiert werden!

```
function toODE(f,...)
...
end
function rk4(f, x0, y0, x1, n)
vx = n + 1
vy = n + 1
vx[1] = x = x0
vy[1] = y = y0
h = (x1 - x0)/n
for i=1,n do
k1 = h*f(x, y)
k2 = h*f(x + 0.5*h, y + 0.5*k1)
k3 = h*f(x + 0.5*h, y + 0.5*k2)
k4 = h*f(x + h, y + k3)
vx[i + 1] = x = x0 + i*h
vy[i + 1] = y = y0 + (k1 + k2 + k2 +
k3 + k3 + k4)/6
end
return { vx,vy }
end
TODO TODO MORE CODE ...
```

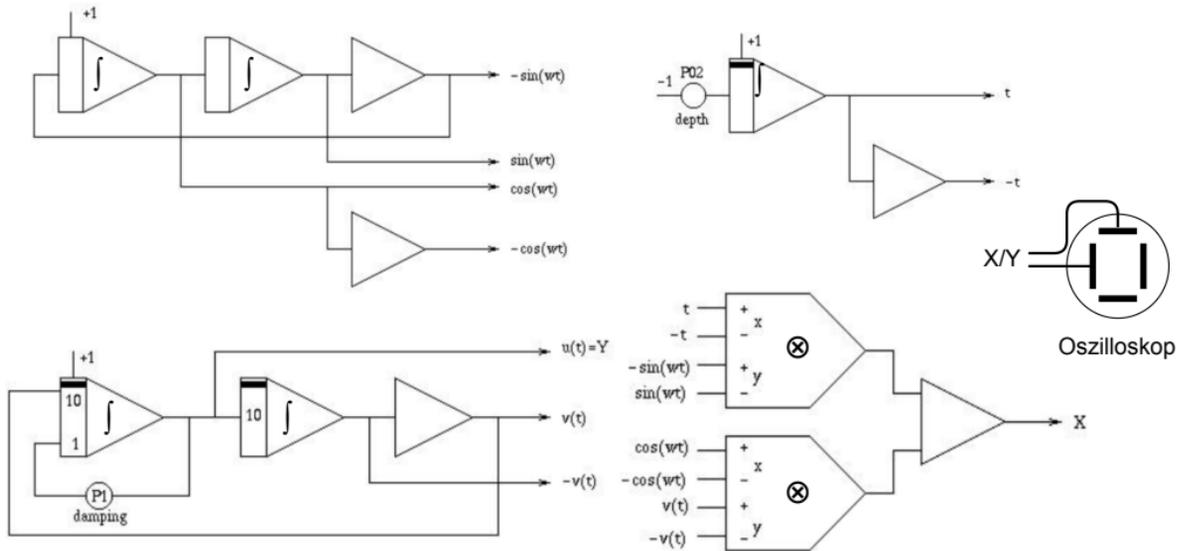
Analoges Rechnen ist noch aktuell ...

1. Köppel, S., Ulmann, B., Heimann, L., & Killat, D. (2021). Using analog computers in today's largest computational challenges. *Advances in Radio Science*, 19, 105-116.
2. Ratier, N. (2012, March). Analog computing of partial differential equations. In 2012 6th International Conference on Sciences of Electronics, Technologies of Information and Telecommunications (SETIT) (pp. 275-282). IEEE.
3. Ulmann, B., Solving PDEs on an analog computer, analog paradigm, vol. 23, 2020.

Echtzeitfähige Berechnung

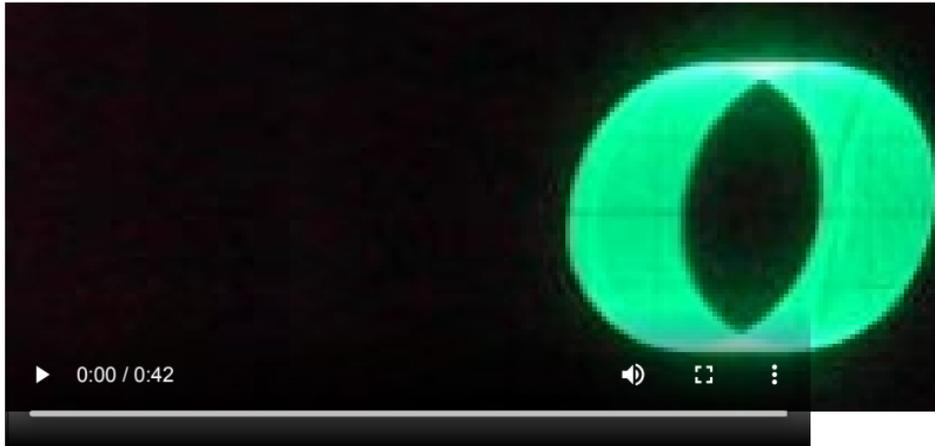
Eine der faszinierendsten Eigenschaften eines (elektronischen) Analogrechners ist die Tatsache, dass eine solche Maschine nicht nur in der Lage ist, (komplizierte) Differentialgleichungen in Echtzeit zu lösen. Darüber hinaus ist ein Analogrechner ein hochgradig interaktives Gerät, das es dem Bediener ermöglicht, die Auswirkungen von Parameteränderungen während eines laufenden Programms sofort zu erleben.

Berechnung einer 3D Figur



(a) Erzeugung eines Paares von Sinuse-Kosinus Funktionen durch Lösen der DGL $y'' = -y$ " (b) 2D Spirale (x-Y) (c) Rampengenerator (d) Multiplikation und X-Koordinateneberechnung

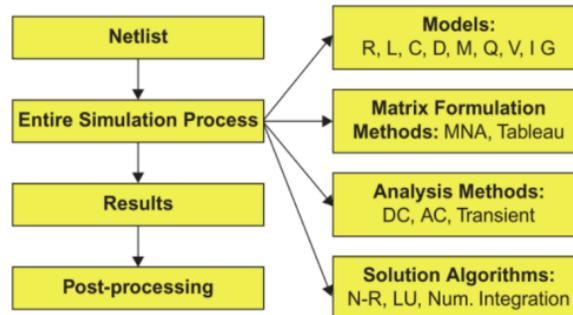
Berechnung einer 3D Figur



<https://www.analogmuseum.org/english/examples/spiral>

Wo ist die Algorithmik?

1. **Elektronische Simulation:** Elektronische Schaltungen in Software
 - o Matrixalgebra und iterative Löser (mit nichtlinearen Bauteilen)



Ablauf in der elektronischen Simulation

Wo ist die Algorithmik?

2. Anwendungsfall **Datengetriebene Modellierung (aka ML)**

- Datenanalyse
- Anpassung von beliebig hochdimensionalen und nichtlinearen Funktionen aus Daten mittels z.B. **Fehlergradientenverfahren**
- *Eigentlich einfach und gelöst*

Wo ist die Algorithmik?

3. **Automatisierte Synthese von Analogen Berechnungsschaltungen** aus funktionalen Beschreibungen und Daten,
 - Zum Beispiel von **Analogen Künstlichen Neuronalen Netzwerken (AANN)**
 - Halt stopp! *Das ist nicht so einfach und noch nicht gelöst!*

Wo ist die Algorithmik?

3. **Automatisierte Synthese von Analogen Berechnungsschaltungen** aus funktionalen Beschreibungen und Daten,
- Zum Beispiel von **Analogen Künstlichen Neuronalen Netzwerken (AANN)**
 - Halt stopp! *Das ist nicht so einfach und noch nicht gelöst!*
 - Synthese 1: Statische Struktur (Schaltung fix), dynamische Parametrisierung
 - Synthese 2: Dynamische Struktur, dynamische Parametrisierung, z.B. mit **Genetischen Algorithmen** (Evolvable Hardware)

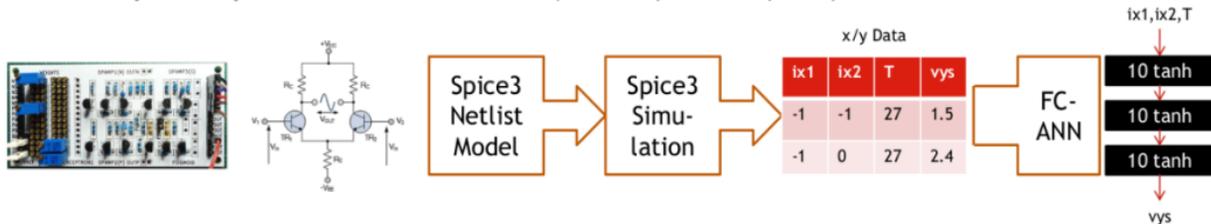
Wo ist die Algorithmik?



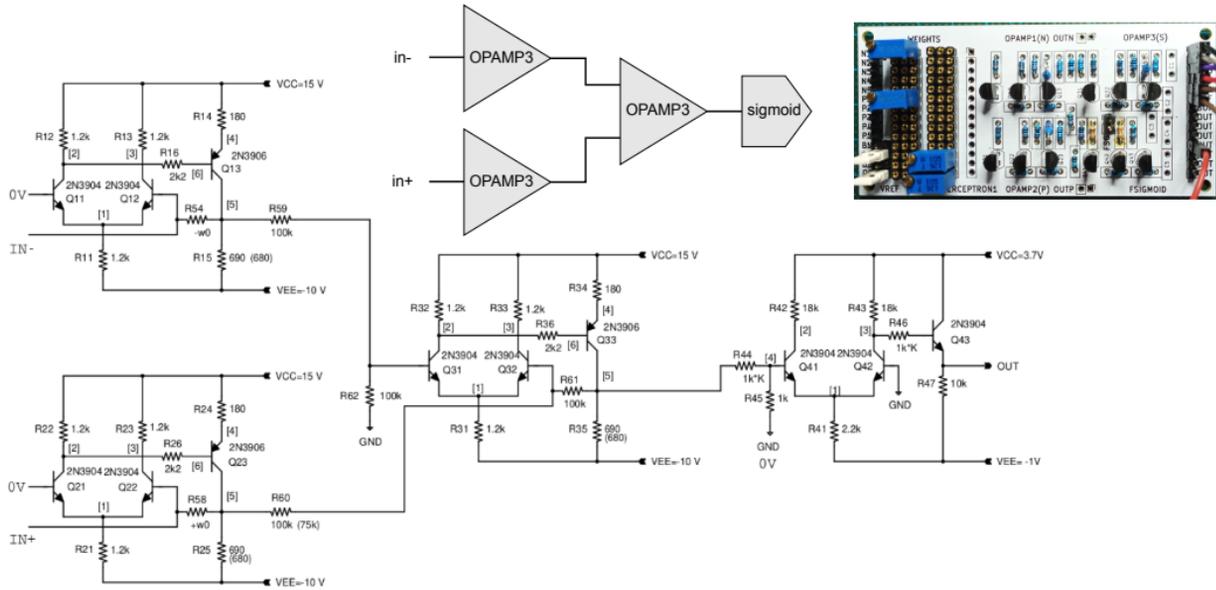
Wie erfassen wir elektronische Schaltungen und integrieren sie in das "Training" von AANN?

4. Ersatzmodellierung

- Elektronische Simulation ist aufwändig - vereinfachte funktionale Ersatzmodelle für Transferfunktionen müssen her.

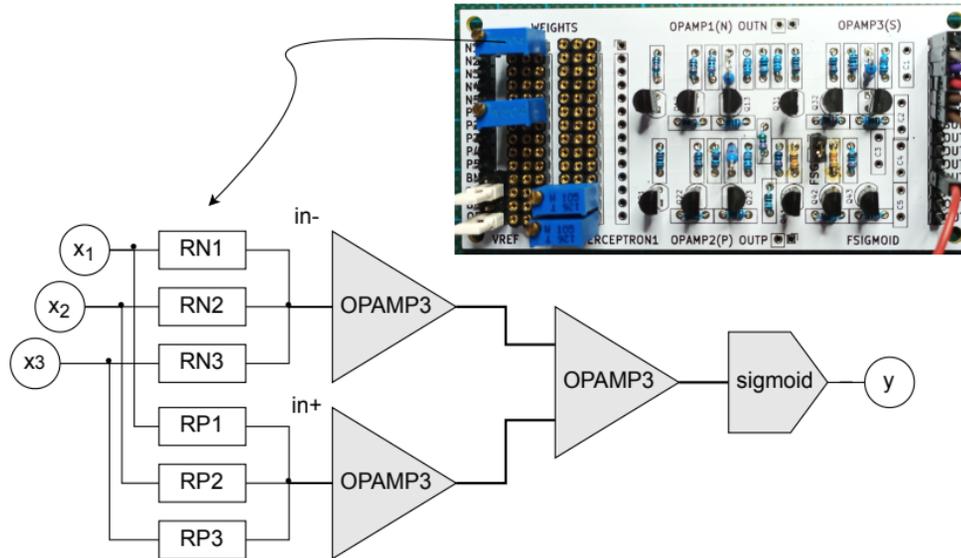


Beispiel: Analoges Perzeptron



12 Transistoren, 27 Widerstände

Beispiel: Analoges Perzeptron

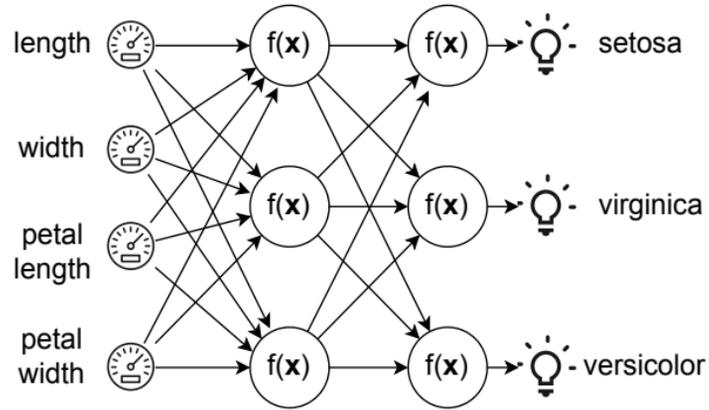
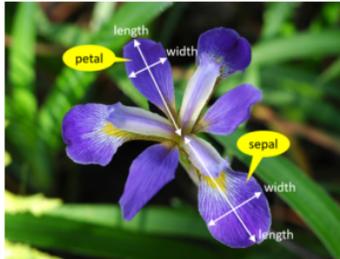


Bipolares Modell: Getrennte Pfade für negative (oben) und positive (unten) Gewichtsparameter.

Eine Demonstration

- Elektronisches Netzwerk [3,3]
- Aufgabe: Klassifikation mit IRIS Datensatz (Benchmark)
 - Drei Klassen, zwei linear, eine nicht-linear separierbar;
- Elektronisches Ersatzmodell und Metamodell
 - Training digital numerisch
 - Dann Übertragung von Parametern auf analoge Elektronikschaltung
 - Verschiedene Modellarchitekturen werden untersucht

Das Funktionsnetzwerk



Das Metamodell eines AANN (gerichteter Funktionsgraph)

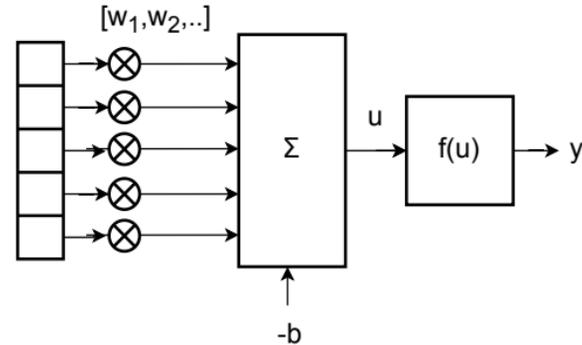
Modell 0

Das Perzeptron (Mathematisches Neuron)

$$\vec{k} = [b, w_1, w_2, \dots], k_i \in \mathbb{R}$$

$$u = k_0 + \sum_{i=1}^n k_i x_i$$

$$y(\vec{x}) = f(u(\vec{x}), \vec{k})$$



Modell 1



Der reale OPAMP hat limitierten Transferbereich und eine beschränkte Verstärkung $A \ll A_0$, d.h. die Gewichte w sind begrenzt. Daher muss das Modell diese Limitierung reflektieren.

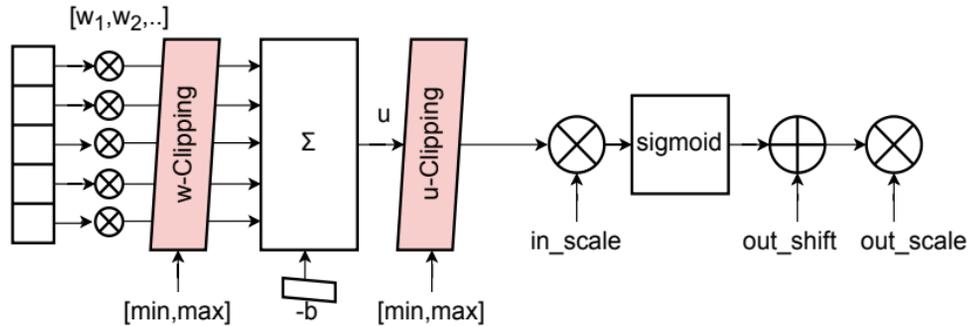


Abbildung auf ideales OPAMP Modell: Der einfache unipolare Modellansatz mit Parameter- und Summenbegrenzung sowie Skalierung der Sigmoid Funktion

Modell 2

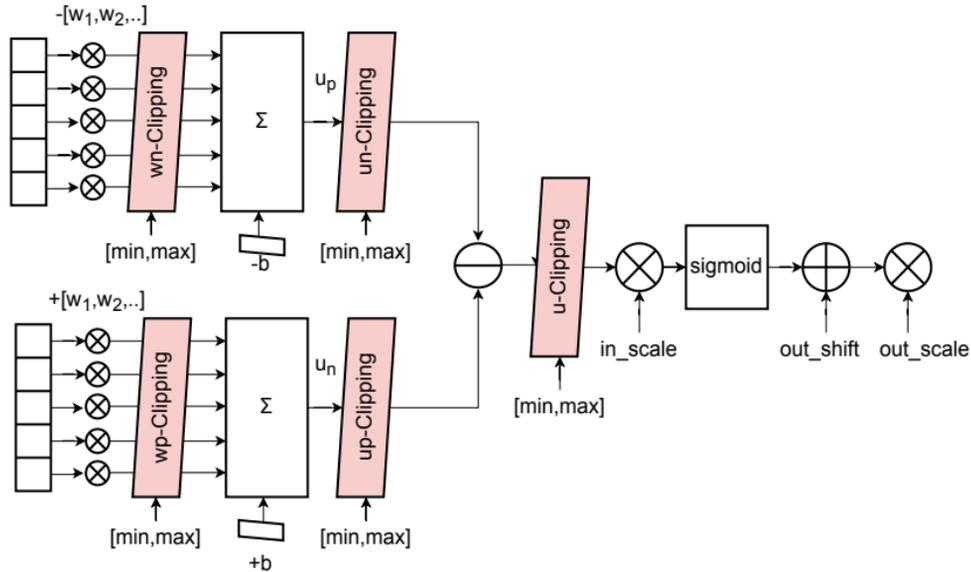


Abbildung auf ideales OPAMP Modell: Der verbesserte bipolare Modellansatz mit Parameter- und Summenbegrenzung sowie Skalierung der Sigmoid Funktion

Training und Synthese

Rückpropagation des Fehlergradientens



Ziel ist die Anpassung der freien Parameter: Gewichte w der SOP und Offset b (Bias). Dazu wird der Prädiktionsfehler $(y - y_0)$ herangezogen.

$$err = (y - y_0), \vec{k} = [\vec{w}, b]$$

$$\underset{\vec{k}}{\text{minimize}} err(\vec{k}, x, y, y_0)$$

$$w \leftarrow w - \alpha \frac{\partial err}{\partial w}$$

$$\frac{\partial err}{\partial w_i} \sim \frac{\Delta err}{\Delta w_i} = \frac{\Delta(y - y_0)}{\Delta w_i} = \frac{\Delta(f(x, \vec{w}) - y_0)}{\Delta w_i} = \frac{(f(x, w_i + \epsilon) - f(x, w_i) - y_0)}{\epsilon}$$

Training und Synthese



Die Modellparameter werden i.A. durch einen randomisierten Prozess in einem Bereich $[a,b]$ initialisiert. Z.B. mit einer Normal- oder Gleichverteilungsfunktion.

Training und Synthese

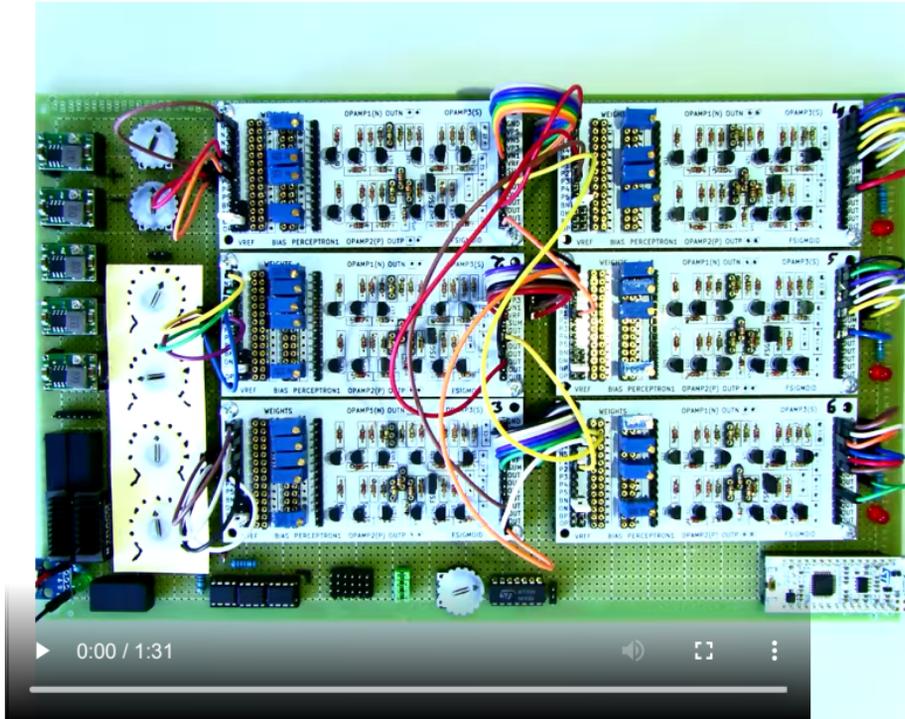


Die Modellparameter werden i.A. durch einen randomisierten Prozess in einem Bereich $[a,b]$ initialisiert. Z.B. mit einer Normal- oder Gleichverteilungsfunktion.



Dadurch ergeben sich beim Training immer neue Startbedingungen und i.A. auch verschiedene Endergebnisse und "Modellqualitäten"!

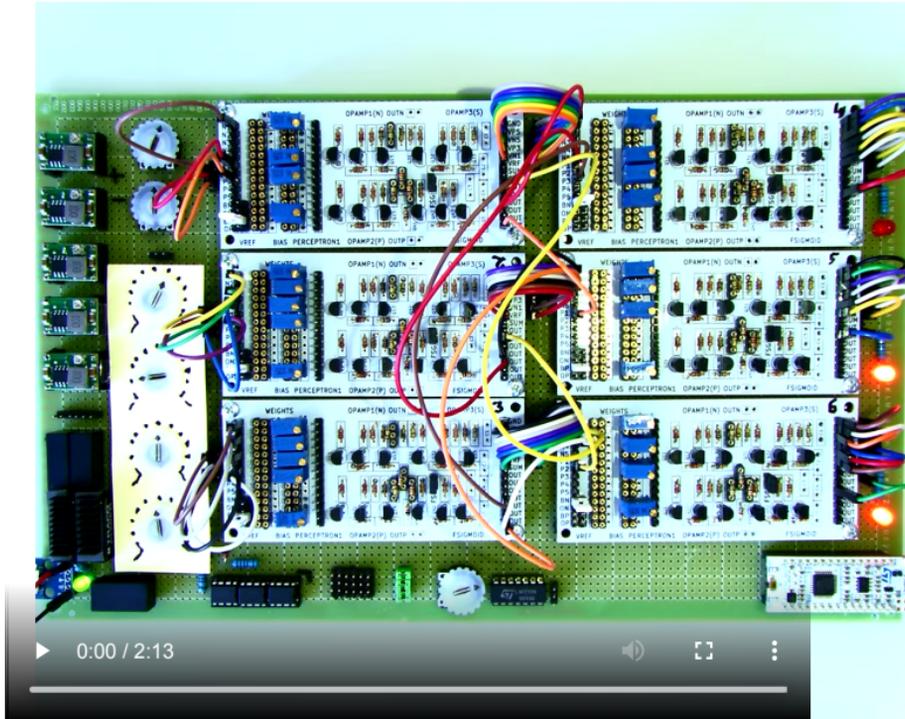
Live Demo: Der Demonstrator (Einführung)



Live Demo 1: Training AANN mit math. Modell

```
Type help or hit TAB for a list of commands.  
Ready [~/home/sbosse/publications/ukoac2025]  
[1] $
```

Live Demo: Der Demonstrator (Test)



Lessons learned 1 ...



Der Ansatz ein modifiziertes mathematisches Modell für das Training zu verwenden und dann die Ergebnisse (angepasste Parameter) auf eine Elektronikschaltung abzubilden klappt nur mäßig gut. Gründe: Modellabweichung, Vereinfachung, Elektronische Parameterstreuung, Temperatur!

- Falsch: Erst "sauberes" mathematisches Modell und digitale Numerik, dann "böse" reale Welt
- Besser: Die "böse" reale Welt gleich in das mathematische Modell integrieren (Hardware-in-the-loop)

Modell 3

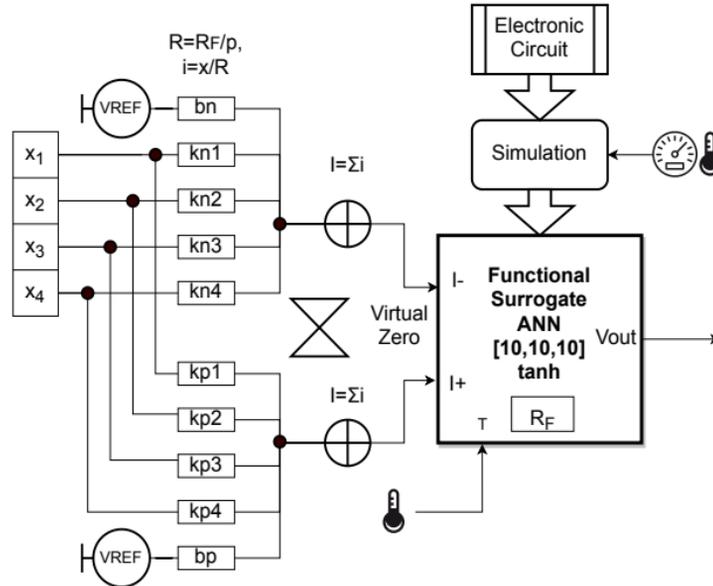


Abbildung auf nicht ideales OPAMP Modell: Bipolares Ersatzmodell (KNN) aus elektronischer Simulation: Stromgesteuerte Spannungsquelle mit Temperaturmodell

Live Demo 2: Ergebnis mit analogen Ersatzmodell

```
Type help or hit TAB for a list of commands.  
Ready [/home/sbosse/publications/ukoac2025]  
[1] $
```

Live Demo 3: Training mit analogen Ersatzmodell

```
Type help or hit TAB for a list of commands.  
Ready [/home/sbosse/publications/ukoac2025]  
[1] $
```

Lessons learned 2 ...



Dynamik bei Veränderung und Streuung von analogen Schaltungen ist ein großes Problem: Es gibt nicht-lineare und destruktive Akkumulation von Fehlern in gekoppelten Schaltungen, schon hier bei einem AANN mit nur 6 Neuronen!

Lessons learned 2 ...



Dynamik bei Veränderung und Streuung von analogen Schaltungen ist ein großes Problem: Es gibt nicht-lineare und destruktive Akkumulation von Fehlern in gekoppelten Schaltungen, schon hier bei einem AANN mit nur 6 Neuronen!



Diese Dynamik muss in den Entwurfsprozess (beim AANN das Training) bereits zu Beginn einfließen. Wenigstens muss eine Entwurfsschleife mit Testung und Rückkopplung geben.

Modell 4

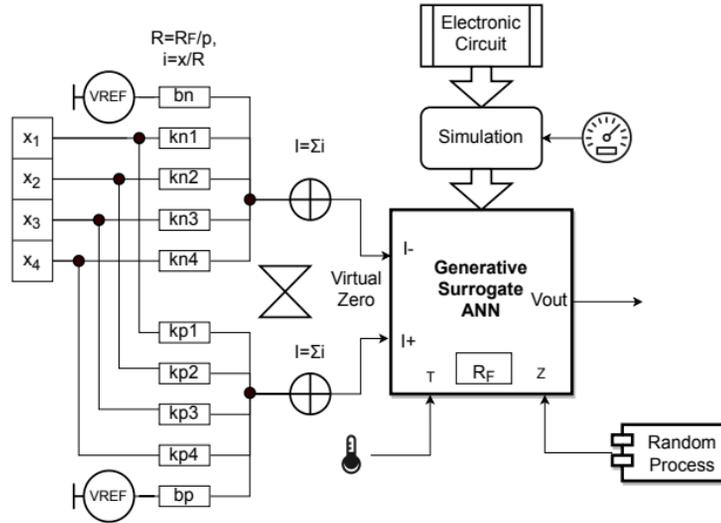
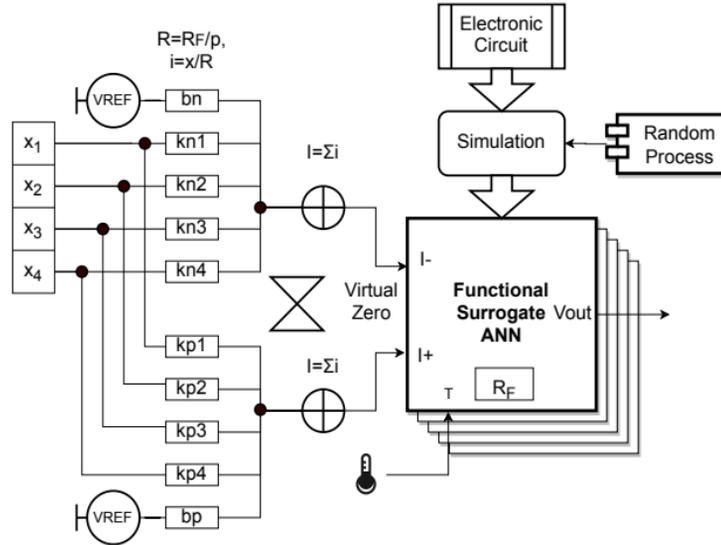


Abbildung auf nicht ideales OPAMP Modell: Generatives Bipolares Ersatzmodell (KNN) aus elektronischer Simulation: Stromgesteuerte Spannungsquelle mit Temperaturmodell und randomisierten Prozess für interne Modellparameterstreuung

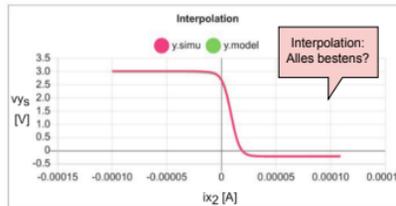
Modell 4b (Hook)



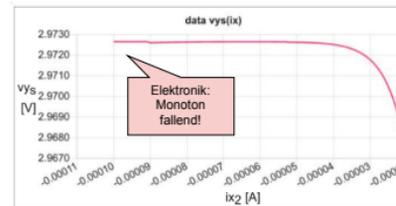
Krücke (Workaround): Monte Carlo Simulation + 1000 variante S-Modelle aus El. Simulation

Ersatzmodell

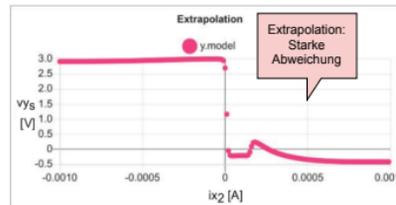
- Hat seine Tücken, sehr instabiler und häufig nicht konvergenter Trainingsprozess.



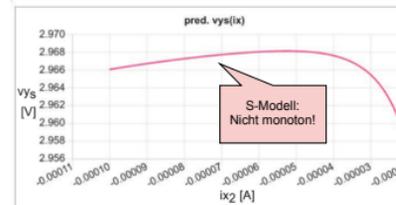
(a)



(c)



(b)



(d)

Interpolation versa Extrapolation

Zusammenfassung

1. Dynamik bei Veränderung und Streuung von analogen Schaltungen ist ein großes Problem: Es gibt nicht-lineare und destruktive Akkumulation von Fehlern in gekoppelten Schaltungen, schon hier bei einem AANN mit nur 6 Neuronen!

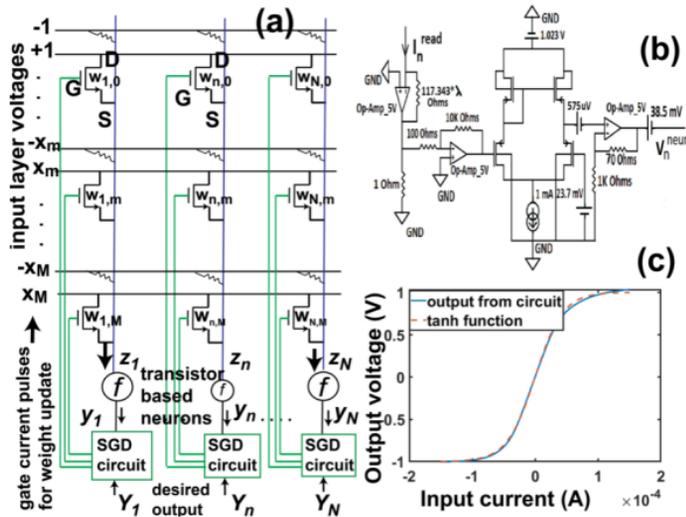
Zusammenfassung

2. Die Abbildung von numerischen und mathematischen Modellen (Berechnungsfunktionen wie ANN) auf Analogrechner ist eine Herausforderung, kann aber zu effizienten Berechnungen führen!

Zusammenfassung

3. Die Digitale Informatik und ihre Algorithmen können nicht ersetzt oder abgeschafft werden. Aber Analogtechnik kann eine Ergänzung sein und bestimmte Berechnung effizienter oder überhaupt implementieren (Organische Elektronik)!

Ausblick: Selbstlernende Analoge Neuronale Netzwerke on Chip - Klassik

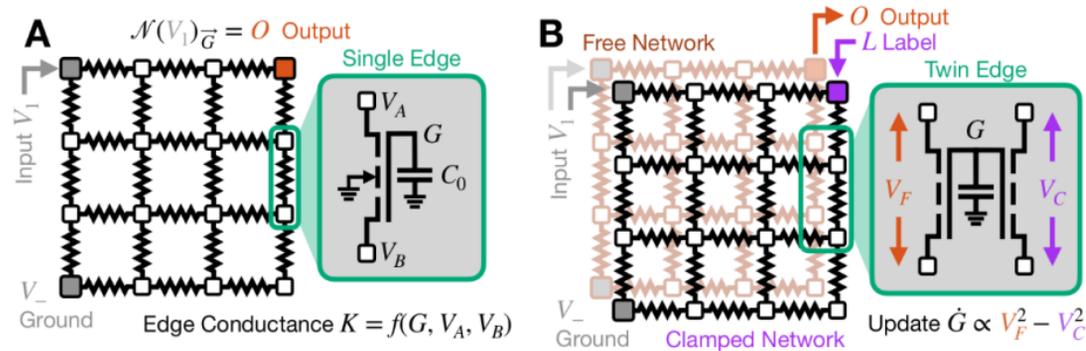


- Schaltmatrix der Neuronen und SGD Optimierung (noch mathematisch orientiert)
- Neuron Schaltung
- Transferkurve

N. Dey, "On-chip Learning In A Conventional Silicon MOSFET Based Analog Hardware Neural Network," in 2019 IEEE Biomedical Circuits and Systems Conference (BioCAS), Nara, Japan, 2019.

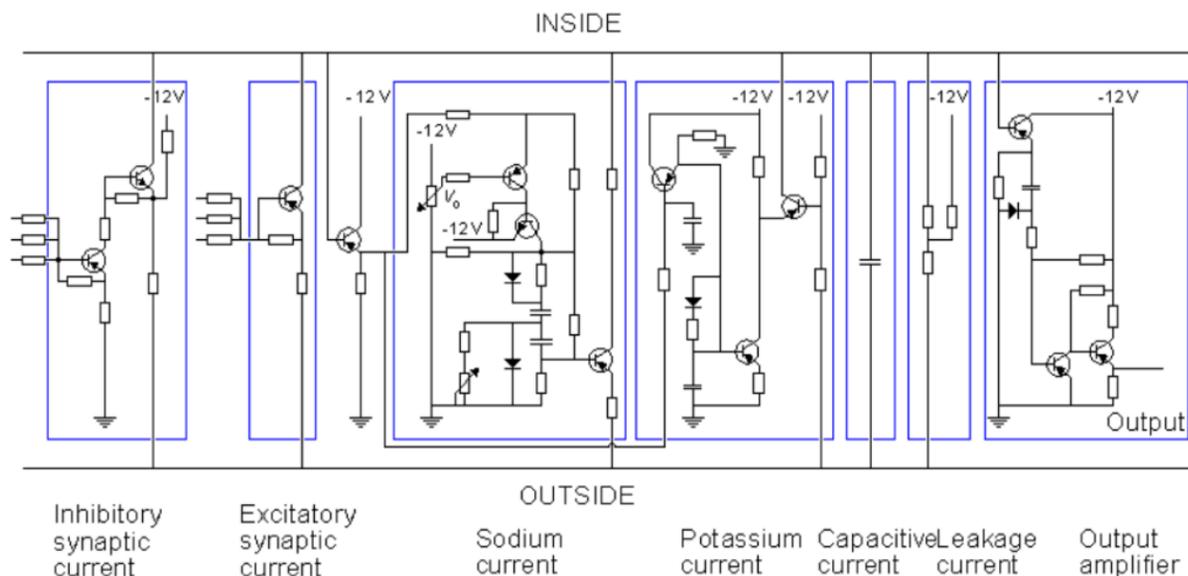
Ausblick: Selbstlernende Analoge Neuronale Netzwerke on Chip - Modern

Ohne Prozessor mit Nicht-linearen Elektronischen Metamaterial



(A) Inferenz (B) Lernen S. Dillavou, B. D. Beyer, M. Stern, M. Z. Miskin, A. J. Liu, and D. J. Durian, "Machine Learning Without a Processor: Emergent Learning in a Nonlinear Electronic Metamaterial," arXiv 2311.00537v2, 2024.

Ausblick: Gepulste Analoge Neuronale Netzwerke - Biologisch



Ausblick: Gepulste Analoge Neuronale Netzwerke

Nah am biologischen Vorbild (Neuronmodell).



Digital nicht effizient berechenbar! Analoge Schaltungen (Integratoren, Differenzierer usw.) sind hingegen ideal geeignet!

A. Rubino, M. Cartiglia, M. Payvand, and G. Indiveri,
“Neuromorphic analog circuits for robust on-chip always-on
learning in spiking neural networks,” arXiv:2307.06084, 2023.

Analoges Rechnen und Analogrechner auf kleinsten Raum

*Informatik einmal anders:
es muss nicht immer digital sein!*

Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Bosse

Universität Koblenz
FB Informatik
FG Praktische Informatik

