
Elektronik für Informatiker

*Eine Einführung in Analoge und Digitale Systeme für Informatiker mit Elektronikgrundlagen
und Signalverarbeitung*

Prof. Dr. Stefan Bosse

Universität Koblenz - Praktische Informatik

Der Operationsverstärker

Das Mathematische Modell



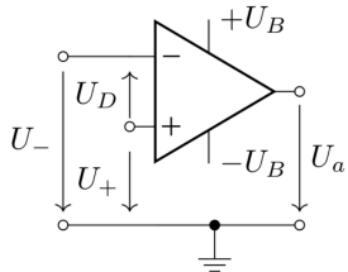
Der Operationsverstärker ist ein Differenzverstärker. D.h. er multipliziert eine Differenz der Spannungen zweier Eingänge die am Ausgang abgegriffen werden kann.

Funktion

$$y = (x_1 - x_2) \cdot k \Leftrightarrow \\ U_a = (U_+ - U_-) \cdot V_0 = U_d \cdot V_0$$

Dabei ist V_0 die sog. Leerlaufverstärkung des Differenzverstärkers ohne weitere Beschaltung. Der mathematische (ganz ideale) OpAmp hat $V_0 \rightarrow \infty$. Erst durch eine Beschaltung erhält man ein $V \ll V_0$.

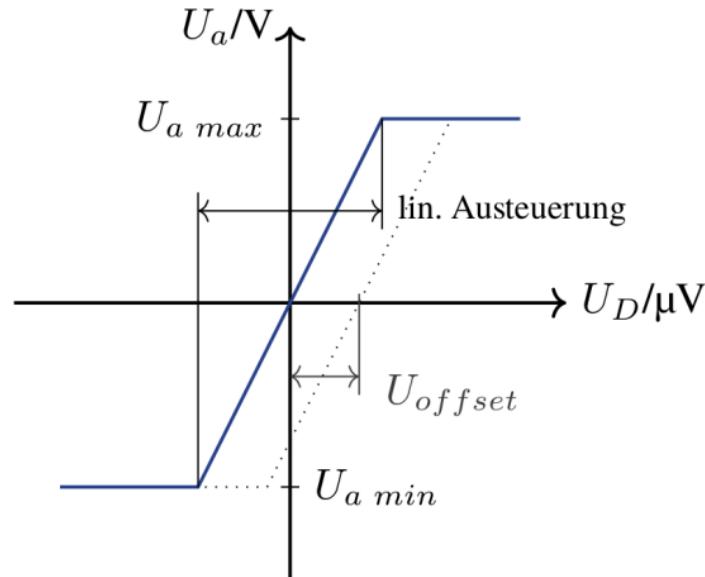
Schaltsymbol



Der ideale Operationsverstärker

- In der Realität gibt es eine maximale Ausgangsspannung $U_{a,\max} < +U_B$ und eine minimale $U_{a,\min} > -U_B$ (Klipping)
- Dabei sind $+U_B$ und $-U_B$ die positive und negative Versorgungsspannung des Operationsverstärkers (Spannungsquellen).
- Innerhalb $[U_{a,\min}, U_{a,\max}]$ ist der Übertragsungsbereich nahezu linear, d.h. proportional zur Eingangsspannung.
- Aber es gibt noch einen kleinen Versatz (Offset). Eine Offsetspannung verschiebt die Übertragungsfunktion auf der UD -Achse (gestrichelte Linie in folgender Abb.). Dieser Fehler kann leicht kompensiert werden.

Der ideale Operationsverstärker



[Rost, Wefel, 2021]

Abb. 1. Übertragungsfunktion (Kennlinie) eines fast idealen Operationsverstärkers.

[opampclip1.txt]



Der ideale Operationsverstärker

[Rost, Wefel, 2021]

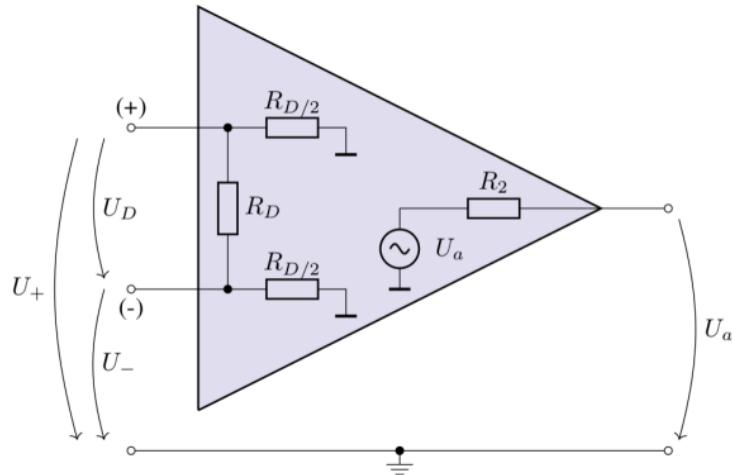


Abb. 2. Ersatzschaltung eines Operationsverstärkers

Es gilt dann (U_G ist eine kleine Generatorspannung die den Offset produziert):

$$U_a = V_D \cdot U_D + V_G \cdot U_G$$

Der ideale Operationsverstärker

Bisher haben wir zeitunabhängige Spannungen und Signale betrachtet. Aber schon beim Schwingkreis gab es eine Wechselspannung mit einer bestimmten Frequenz f .

- Ein Operationsverstärker kann auch Wechselspannungen verstärken. Aber hier nimmt die Leerlaufverstärkung mit der Frequenz ab!
- Oder anders ausgedrückt: Das Produkt aus Verstärkung und maximaler Frequenz ist konstant.
- Es gibt keine untere Grenzfrequenz und ab der sog. Eckfrequenz fällt die Verstärkung mit 20 dB/Dekade.

Der ideale Operationsverstärker

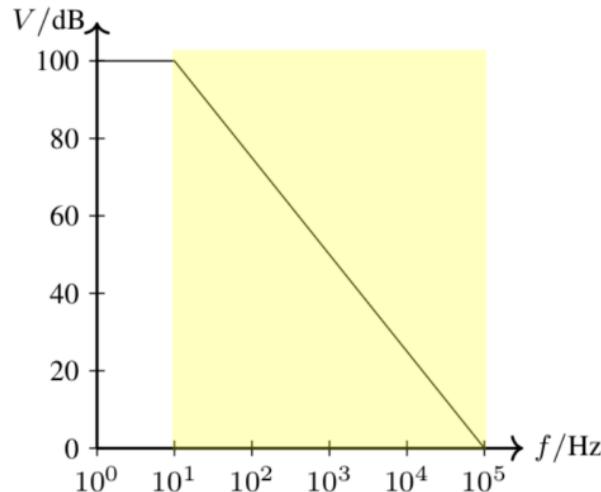


Abb. 3. Frequenzgang eines Operationsverstärkers (Leerlaufverstärkung)

Der reale Operationsverstärker



Moderne integrierte Operationsverstärker kommen dem idealen Operationsverstärker in ihren Eigenschaften so nahe, dass man bei der Analyse und Synthese vieler Applikationen näherungsweise mit den Eigenschaften des idealen Operationsverstärkers rechnen kann.

Da der OpAmp ein Differenzverstärker ist benötigt man am Eingang einen Differenzverstärker gefolgt von einem Spannungs- und Stromverstärker.

Der reale Operationsverstärker

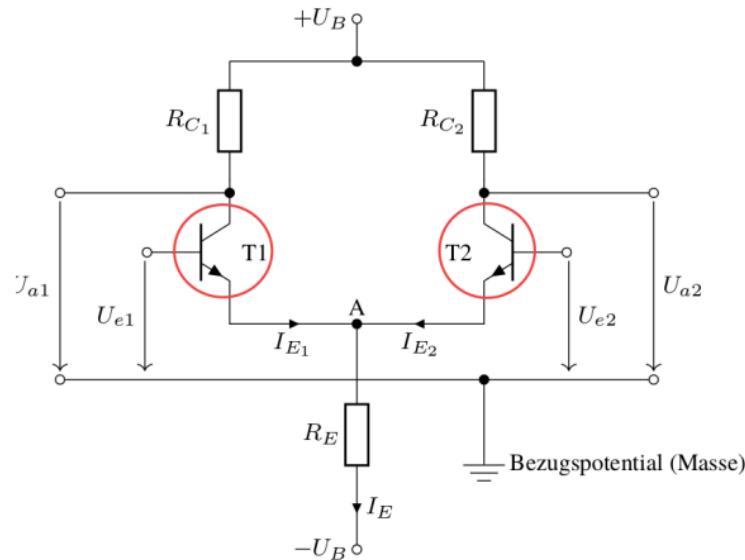


Abb. 4. Differenzverstärker, schematisch, mit zwei symmetrischen Transistoren

Der reale Operationsverstärker

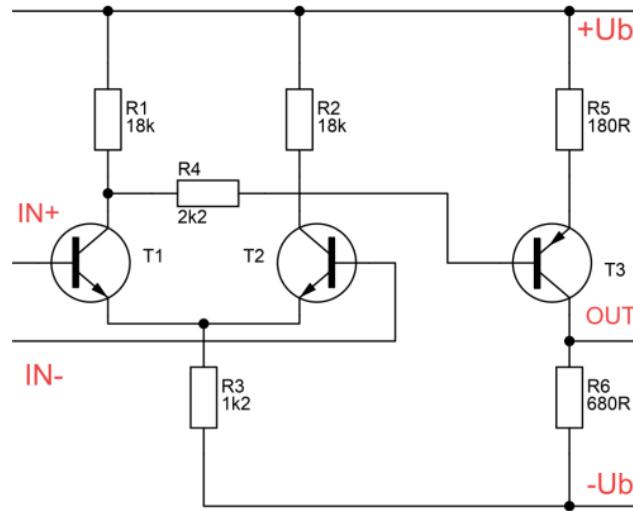


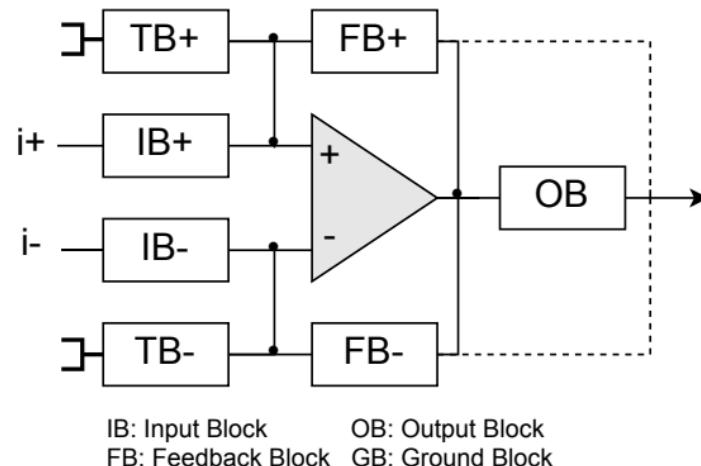
Abb. 5. Der minimale reale OpAmp: Differenzverstärker mit nachfolgenden Spannungs-Stromverstärker (drei Transistoren)

[opamp3.txt]



Der Operationsverstärker als Analogrechner

Abb. 6. Der Operationsverstärker wird durch externe Schaltungsblöcke zu einem Analogrechner. Was er berechnet hängt von den Blöcken ab. Nicht alle Blöcke sind immer vorhanden, teils nur einer.



Der Operationsverstärker als Analogrechner

Wie unterscheiden fpögende Schaltungsblöcke (Subnetzwerke):

1. Rückkopplungsblöcke (Feedback FB-, FB+ Blöcke);
2. Eingangs- und Ausgangsblöcke (Input IB-, IB+, Output OB);
3. Terminalblöcke (Terminal TB-,TB+) die die Eingänge mit demBezugspotenzial (Masse) verbinden.

Bei der Rückkopplung unterscheiden wir:

Gegenkopplung

Vom Ausgang zum invertierenden (-) Eingäng. Die Gegenkopplung hat eine "reduzierende" Wirkung auf das Ausgangssignal, d.n. plakativ dekrementell "x:=x-1"

Vorwärts- oder Mitkopplung

Vom Ausgang zum nichtinvertierenden (+) Eingäng. Die Vorwärts- oder Mitkopplung hat eine "erhöhende" Wirkung auf das Ausgangssignal, d.n. plakativ inkrementell "x:=x+1"

Der Operationsverstärker als Analogrechner

Die Schaltungsblöcke können folgende Bauelemente enthalten:

1. Widerstände
2. Kondensatoren (Kapazitäten)
3. Spulen (Induktivitäten)
4. Eine Kombination aus 1-3
5. Nichtlineare Bauelemente wie Dioden oder Transistoren
6. Keine Komponenten (offen)

Lineare Grundschaltungen des Operationsverstärkers

- kein zeitabhängiges (zustandsbehaftetes) Verhalten
- daher nur Widerstände in den Schaltungsblöcken

1. Der invertierende Verstärker
2. Der nichtinvertierende Verstärker
3. Der Summationsverstärker (Addierer)
4. Der Subtrahierer
5. Der Messverstärker

Der invertierende Verstärker

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1}U_1$$

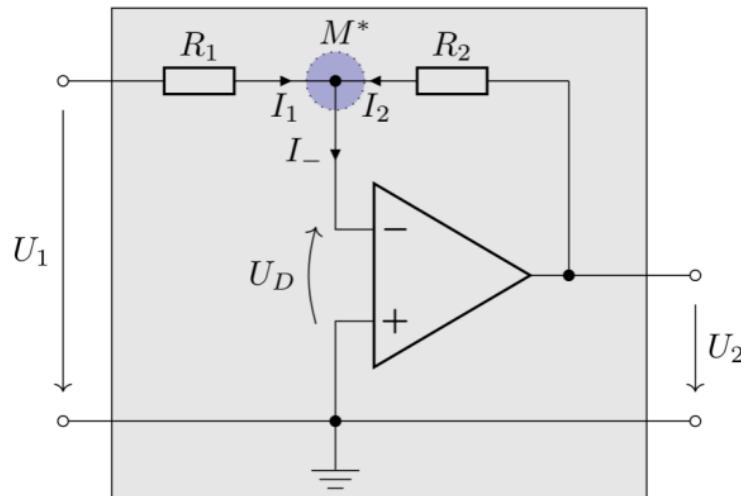


Abb. 7. M ist ein virtueller Massenpunkt in dem die Kirchhoffssche Knotenpunktregel gilt: In ihn fließen die Ströme I_1 und I_2 hinein und der Strom I_- heraus.

Der invertierende Verstärker

Knotenpunktsatz an der virtuellen Masse M:

$$\begin{aligned}I_1 + I_2 - I_- &= 0 \\I_1 + I_2 &= I_-\end{aligned}$$



Nachteil des invertierenden Verstärkers: Der Eingangswiderstand bei U_1 ist ungefähr R_1 .

Der nichtinvertierende Verstärker

Beim nichtinvertierenden Verstärker wird der Operationsverstärker über den nichtinvertierenden Eingang angesteuert. Folglich ist das Ausgangssignal phasengleich mit dem Eingangssignal. Das Gegenkopplungssignal wird über einen Spannungsteiler am Ausgang gewonnen und dem invertierenden Eingang zugeführt.

Es gilt:

$$U_a = U_e \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$V = \frac{R_2}{R_1} + 1$$



Vorteil: höherer Eingangswiderstand als invertierender Verstärker.

Der nichtinvertierende Verstärker

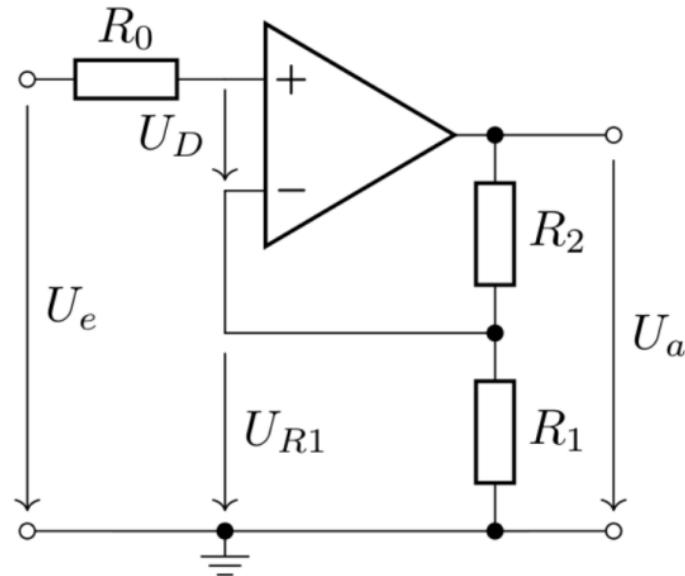


Abb. 8. Der nichtinvertierende Verstärker. R_0 ist optional.

Der Addierer

- Wir haben gesehen, dass in der virtuellen Masse die Ströme I_1 vom Eingang und I_2 vom Ausgang der Schaltung zusammen fließen und die Summe 0 ergibt.
- Prinzipiell könnte sich I_1 (oder auch I_2) aus Teilströmen zusammensetzen.
- Das nutzt man beim Umkehraddierer

$$I_1 = \sum I_i$$

$$U_a = -R_2 \sum \frac{U_i}{R_{1i}}$$

Der Addierer

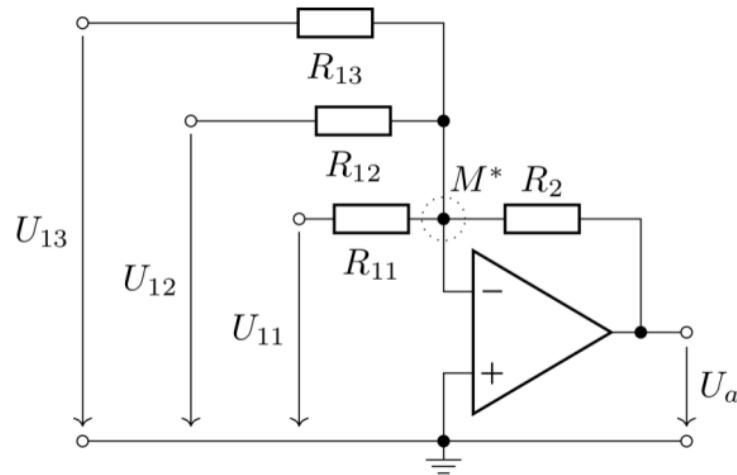


Abb. 9. Addierer (invertierend)

Der Subtrahierer

- Da jeder Operationsverstärker über einen invertierenden und einen nichtinvertierenden Eingang verfügt, kann man einen Subtrahierer mit nur einem Operationsverstärker realisieren
- Jetzt werden sowohl der invertierende als auch der nichtinvertierende Eingang verwendet

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} (U_{e1} - U_{e2})$$

mit $R_1=R_3$ und $R_2=R_4$.

- Jedoch ist ein solcher Subtrahierer etwas asymmetrisch in seinen Eigenschaften da der invertierende und nichtinvertierende Zweig nicht symmetrisch aufgebaut sind.

Der Subtrahierer

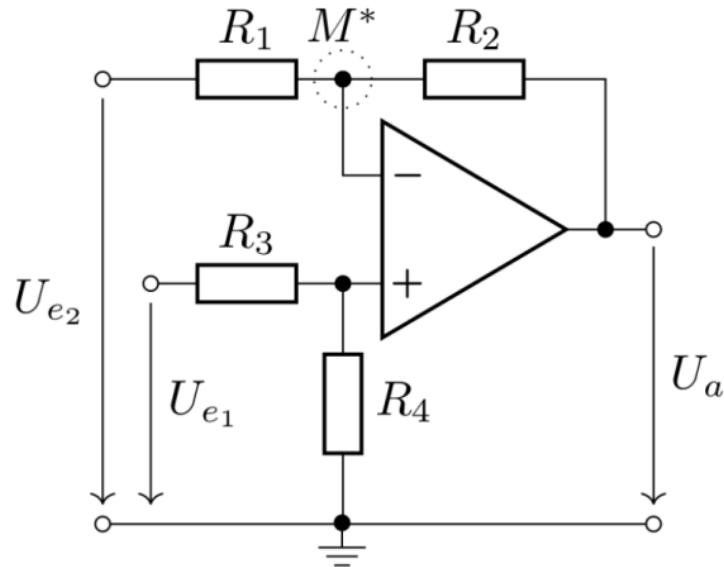


Abb. 10. Subtrahierer

Der Instrumentenverstärker

- Hier sind die Zweige symmetrisch in ihren Eigenschaften

[https://www.mikrocontroller.net/articles/Operationsverst%C3%A4rker-Grundschaltungen#Der_Instrumenten-Verst%C3%A4rker]

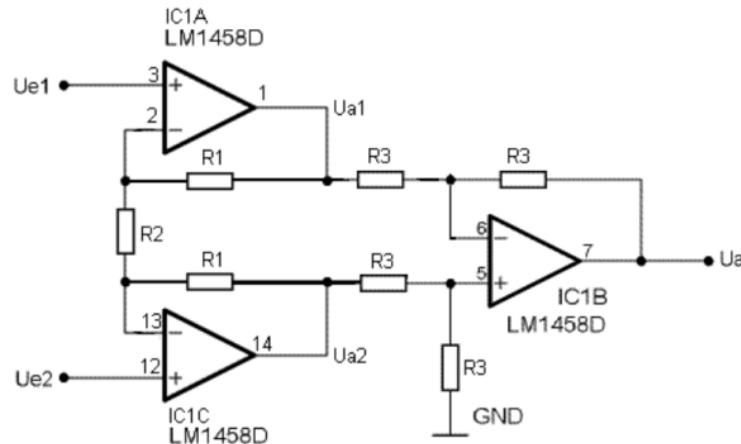


Abb. 11. Verwendung von vorgeschalteten nichtinvertierenden Verstärkern um den niedrigen Eingangswiderstand des nachgeschalteten Subtrahieres zu kompensieren.

Der Instrumentenverstärker

Es gilt hier:

$$U_a = (U_{e2} - U_{e1}) \left(1 + \frac{2 \cdot R_1}{R_2} \right)$$

Analoges Rechnen

Wir haben vier Abstraktionsebenen für die Beschreibung von mathematischen (algebraischen) Berechnungen:

1. Transistor Ebene
2. Operationsverstärker Ebene
3. Analogrechner Ebene
4. Mathematische Ebene

Jede Abstraktionsebene hat ihre Symbolik. Nachfolgend werden die grundlegenden Abbildung mathematischer Symbole auf analoge Schaltungen gezeigt.

Multivariate Polynome 1. Grades

Mathematisch

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots) : \vec{x} \rightarrow y$$
$$y = k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 + \dots$$

Wir benötigen:

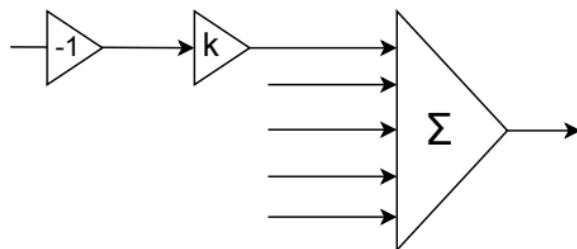
1. Addierer
2. Negierer ($k_i < 0$)
3. Konstantenmultiplizierer

Wesentlich wird der invertierende Verstärker als Basiszelle benötigt.

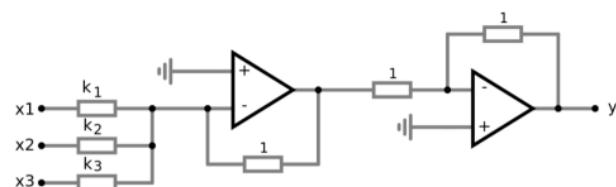
Multivariate Polynome 1. Grades

Analog

Analogrechner



Operationsverstärker



- Der Summierer hat hier Verstärkung 1
- Es sind Inverter und Multiplizierer erforderlich

- Hier können wir Multiplikation (Gewichtung) und Summation zusammenfassen

$$R_k = 1/k, R = 1$$

Multivariate Polynome 1. Grades

Analog

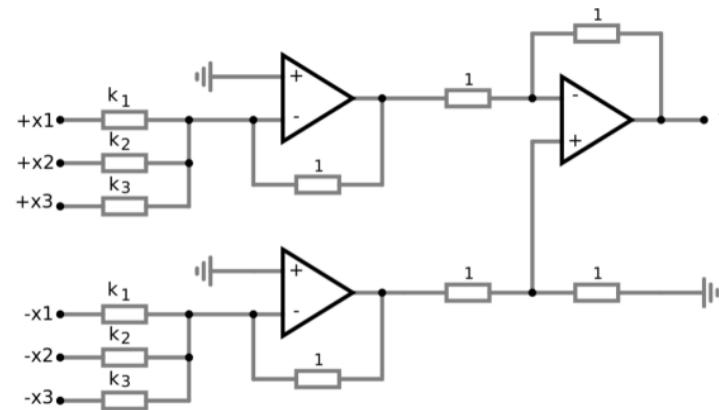
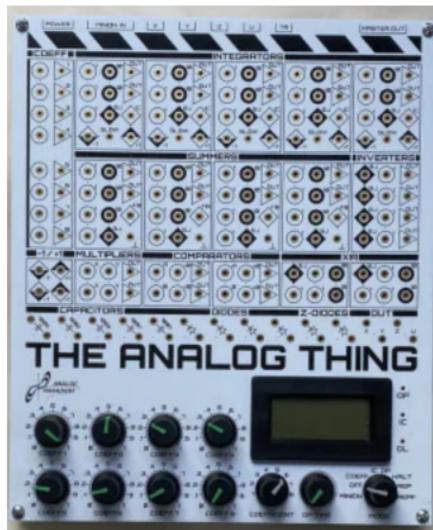


Abb. 12. Negative Gewichtungsfaktoren benötigen Inverter. Das führt aber zu einem asymmetrischen Schaltungsaufbau und unterschiedlichen Eigenschaften in "positiven" und "negativen" Zweigen. Besser die Verwendung eines symmetrischen Aufbaus mit zwei invertierenden gewichteten Summierer und einem Subtrahierer. Ein x_i wird entweder an den oberen oder unteren Zweig angeschlossen.

Multivariate Polynome 1. Grades

THAT Analogcomputer



Symbolik

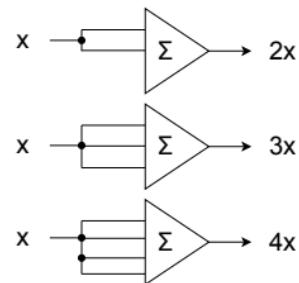


Abb. 13. Bei "klassischen" Analogrechnern hat man häufig keine veränderlichen Gewichte. Entweder man muss einen echten Multiplizierer $x \times y$ verwenden und k wird durch eine Spannung eingestellt oder bei gradzahligen Vielfachen kann man mehrere Eingänge eines Summieres mit der gleichen Variable beschalten.

Zusammenfassung

- Der Operationsverstärker ist ein Differenzverstärker
- Er ist die Basiszelle des analogen Rechnens
- Die Beschaltung des Operationsverstärkers mit Blöcken gibt der Schaltung eine mathematische Funktion
- Man kann sagen dass diese analogen Schaltung mathematische Ausdrücke und Berechnungen simulieren, und das teils sehr gut.
- Die Grundschaltungen invertierender Addierer (mit Gewichtung der Eingangsvariablen), invertierender Verstärker und Subtrahierer bilden die Schaltungsbasis für lineare Berechnungen.